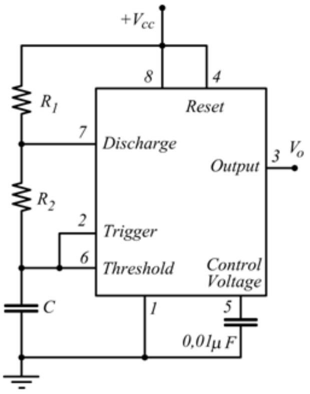
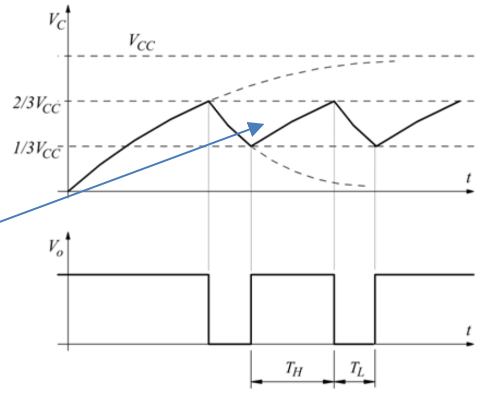
Bevis for 0.693 i 555 beregningerne



Først lidt kondensator RC-teori:

Når en kondensator (C) oplader eller aflader gennem en modstand (R), kan spændingen som funktion af tiden udtrykkes som $(1-e^{-t/\tau})$ hvor **t** er tiden og tau (τ) er en tidskonstant defineret som $R\cdot C$. Dvs. at eksempelvis efter 1 tau er kondensatoren opladet $(1-e^{-1})\cdot 100$ % ≈ 63 %.



555 RC-teori:

Kondensatoren vil gerne oplade fra ⅓·*Vcc* til *Vcc*, men vi stopper ved ⅔·*Vcc* (pga. de interne 3x5kΩ modstande der danner 2 spændingsdelere på henholdsvis ⅓·*Vcc* og ⅔·*Vcc*.) Dvs. der skal kun bruges den halve opladningstid *(da ⅔·Vcc er halvvejs fra ⅓·Vcc til Vcc)*. Det viser sig, at det tager *ln(2)* "tidskonstanter" at oplade (eller aflade) halvvejs: $(1-e^{-ln(2)})\cdot 100$ % = 50 %.

Det vil sige at $e^{-ln(2)}$ = ½ tid.

Lad os bevise det: Lad $\boldsymbol{\tau}$ **= 1**, ½ = halvdelen af det vi vil lade op til og $\mathbf{T_{halv}}$ *(halvdelen af tiden)*

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{T_{halv}}{\tau}} \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{2} = e^{-\frac{T_{halv}}{1}}$$

Der tages **ln(x)** på begge sider af lighedstegnet

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(e^{-T_{halv}}\right) \quad \leftrightarrow \quad \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -T_{halv}$$

Der ganges med **-1** på begge sider

$$-\ln(½) = T_{halv} \quad \leftrightarrow \quad T_{halv} = -\ln(½) \quad \leftrightarrow \quad T_{halv} = \ln(2)$$

Altså er den ½ opladetid (T_{halv}) opnået ved tiden **Tau** ganget med faktoren **ln(2) ≈ 0.693**

Så formlen for opladetiden (T_H) og afladetiden (T_L) er (se T_H og T_L på figur herover):

$$T_H = \ln(2)\cdot(R_1 + R_2)\cdot C \qquad\qquad T_L = \ln(2)\cdot R_2\cdot C$$